

極限平衡法の土圧問題への適用性に関する考察

(株)第一コンサルタント 正員 右城 猛
 (株)第一コンサルタント 正員 筒井 秀樹

1. まえがき

剛性擁壁に作用する主動あるいは受働の極限土圧を算定する方法には、極限平衡法(LEM)、極限解析法(LAM)、すべり線法(SLM)がある。LEMとは、地盤中に種々のすべり面を仮定し、すべり面によって区切られた土塊のブロックの剛体的つり合い条件から試行錯誤的あるいは微分法によって極値荷重を求めるもので、代表的なものにCoulombの土圧式がある。LAMは、極限定理(上界定理, 下界定理)に基づくもので、上界定理を用いたものにW.F.Chenの解がある。SLMは、Mohr-Coulombの破壊基準とCauchyのつり合い方程式から導かれたKotterの塑性平衡方程式を与えられた境界条件の下に解く方法であり、Sokolovskiによって種々の条件下における解が求められている。

実務においては、計算の簡便なCoulomb式が専ら用いられているが、Coulomb式はすべり面を平面と仮定した単一楔法であるため、壁面に摩擦を有する場合には解析誤差が大きくなることが知られている。そこですべり面を多角形と見なし、数個の楔状のブロックに分割した上で、各ブロックの極限平衡条件から主動および受働土圧を求めることを試みた。そして、Coulomb, Chen, Sokolovskiによる解との比較検討を行った。

2. 多楔法の定式化

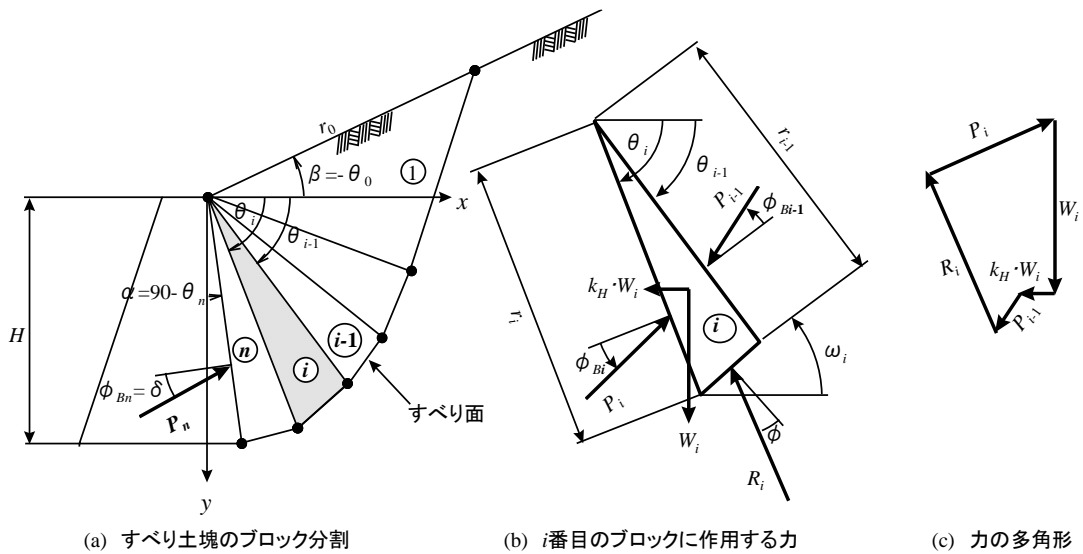


図-1 多楔法の説明

すべり面を図-1のような多角形(n 角形)と仮定し、すべり面と壁面に挟まれた塑性場を n 個の楔状のブロックに分割する。ブロック間面と底面はいずれもすべり面であるのでCoulombの破壊条件を考慮すれば、 i 番目のブロックに関する力のつり合い方程式からブロック側面に作用する力 P_i を求めることができ、(1), (2)式で表される。

$$P_i = \frac{W_i \sin(\omega_i - k \cdot \phi + \theta_k) + P_{i-1} \sin(\omega_i - k \cdot \phi - k \cdot \phi_{Bi-1} + \theta_{i-1})}{\cos \theta_k \sin(\omega_i - k \cdot \phi - k \cdot \phi_{Bi} + \theta_i)} \dots \dots (1)$$

$$\left. \begin{aligned}
 W_i &= \gamma \left[x_{i-1} \cdot y_i - \frac{1}{2} \left\{ x_{i-1} \cdot y_{i-1} - x_i \cdot y_i - (x_{i-1} - x_i)(y_i - y_{i-1}) \right\} \right], & \theta_k &= \tan^{-1} k_H \\
 \omega_i &= \tan^{-1} \frac{y_i - y_{i-1}}{x_{i-1} - x_i}, & x_i &= r_i \cos \theta_i, & y_i &= r_i \sin \theta_i, & x_{i-1} &= r_{i-1} \sin \theta_{i-1}, & y_{i-1} &= r_{i-1} \cos \theta_{i-1} \\
 \phi_{B0} &= \phi_{B1} = \dots = \phi_{B_{n-1}} = \phi, & \phi_n &= \delta, & \theta_0 &= -\beta, & \theta_n &= 90 - \alpha
 \end{aligned} \right\} \dots (2)$$

(1)式において $i=1$ から $i=n$ まで順次計算し、 P_n を求めればそれが壁面土圧になる。 $k=+1$ として r_i と θ_i を種々変化させて P_n の最大値を探索すれば主働土圧が得られ、 $k=-1$ として P_n の最小値を探索すれば受働土圧を得ることができる。

3. 主働土圧問題への適用

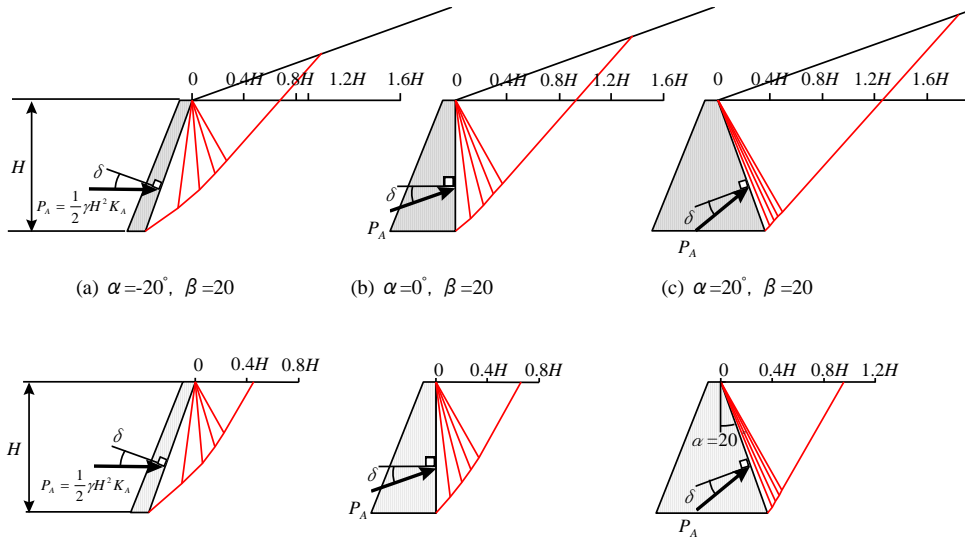


図-2 本解析法で $n=5$ とした場合の主働すべり面 ($\phi = \delta = 30^\circ$)

表-1 主働土圧係数 K_A ($\phi = 30^\circ$)

壁面摩擦角 δ ($^\circ$)	地表面傾斜角 β ($^\circ$)	壁面摩擦角 α ($^\circ$)	LEM			
			本解析 ($n=5$)	Coulomb	SLM Sokolovski	LAM Chen
30	20	20	0.776	0.776	-	0.776
		0	0.426	0.424	-	0.425
		-20	0.239	0.227	-	0.238
	0	20	0.502	0.501	0.510	0.501
		0	0.303	0.297	0.310	0.302
		-20	0.182	0.168	0.195	0.179
15	20	20	0.697	0.697	-	0.695
		0	0.415	0.415	-	0.414
		-20	0.245	0.239	-	0.245
	0	20	0.476	0.476	0.487	0.475
		0	0.303	0.301	0.300	0.302
		-20	0.190	0.180	0.206	0.189

$\phi = 30^\circ$ の場合について、本解析法で $n=5$ として主働土圧係数 K_A を計算し Coulomb, SLM による Sokolovski, LAM による Chen の解と比較した。その結果を表-1 に示す。なお、Coulomb は本解析法で $n=1$ とした場合に相当する。いずれの解析法を適用しても大きな差異は見られないが、本解析は Chen の解と極めてよく一致する。また、Sokolovski の解とも良い近似を示す。ただし、 α が -20° の場合は 7~8% 土圧を過小に評価する。

図-2 は、 $\beta=0$ と $\beta=20$ の場合について本解析法で得られた主働すべり面を描いたものである。裏込め土内部には、すべり面が直線で表される Rankine 塑性場とすべり面が曲線となる遷移場が出現する。 α が大きく壁面が前方へ傾斜していると、Rankine 場が広い範囲を占めるが、 α が小さくなるに従って遷移場が拡大する。

このことは、壁面傾斜角 α が大きいとすべり面を直線で近似させても解析誤差は少ないが、 α が小さい場合にはすべり面を曲線とした解析が必要であることを意味している。

4. 受働土圧問題への適用

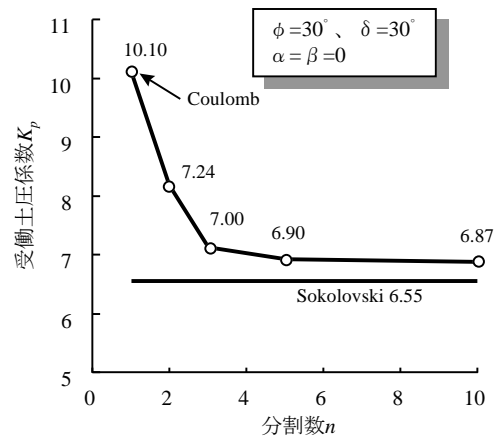
$\phi=30^\circ$, $\beta=0$ の場合について、本解析法で分割ブロック数を $n=5$ として受働土圧係数 K_p を計算し Coulomb, Sokolovski, Chen の解と比較した。その結果を表-2 に示す。主働土圧同様、本解析法による結果は Chen の解と良く一致し、Sokolovski の解とも良く近似する。 $\delta=0$ の場合には Coulomb 式でも Sokolovski の解にかなり近い値が得られるが、壁面摩擦 δ が大きくなれば土圧を過大に評価することになる。その影響は、壁面が後方に傾斜している場合 ($\alpha < 0$) 顕著に現れる。

表-2 受働土圧係数 K_p ($\phi=30^\circ$, $\beta=0$)

壁面摩擦角 δ	壁面傾斜 α	LEM		SLM	LAM
		本解析 (n=5)	Coulomb	Sokolovski	Chen
30	20	4.37	4.76	4.30	4.41
	0	6.90	10.10	6.55	7.10
	-20	13.69	72.70	12.30	14.40
0	20	2.27	2.27	2.16	2.28
	0	3.00	3.00	3.00	3.00
	-20	5.09	5.34	5.06	5.08

図-3 は、本解析法でブロック分割数 n を変化させて計算した結果である。分割数の増加に伴って受働土圧係数は減少し $n=10$ 程度である値に収れんする。しかし、Sokolovski による SLM の解に比べその値は 5% 程度大きい。

本解析法でブロック分割数を増加させても SLM の解に収れんしない理由は、ブロック間面を直線と仮定しているためと考えられる。塑性場には交角が $(90^\circ - \phi)$ を成す 2 方向のすべり面が出現するが、壁面に摩擦があると、壁面付近で主応力の回転が生じ、2 方向のすべり面とも曲線を描くことになる。従って、図-1 のような楔状のブロック分割法では分割数を増やしたとしても、解析精度に限界がある。さらに解析精度を高めようとするれば、SLM のように蜘蛛の巣状のすべり面を描き、それらのすべり面で囲まれるブロックの極限平衡条件を考慮した解析が必要と考えられる。



以上のことは、図-4 から推察される。この図は、 $\phi = \delta = 30^\circ$, $\alpha = \beta = 0^\circ$ の条件で求められた受働すべり面を描いたものである。ブロック分割数の増加に伴いブロック底面のすべり面形状は、Sokolovski によって求められたすべり面に近づいて行き、 $n=10$ でほぼ一致する。しかし、塑性場内部のすべり面が Sokolovski のすべり面に一致している保証は全くない。

また、図-4 から明らかなように受働状態では、主働状態に比べて塑性場に占める Rankine 場の比率が極端に少なくなる。ここには示されていないが、壁面が背後に傾斜する $\alpha > 0$ ではさらに Rankine 場の比率が減少する。このため、受働土圧を適切に算定するためには、すべり面の非線形性を考慮した解析が必要といえる。

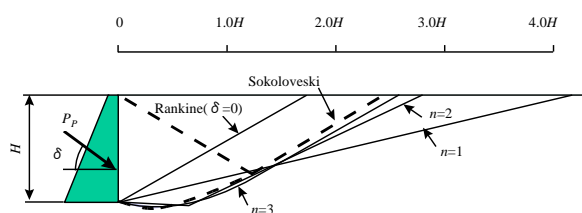


図-4 受働すべり面 ($\phi = \delta = 30^\circ$)

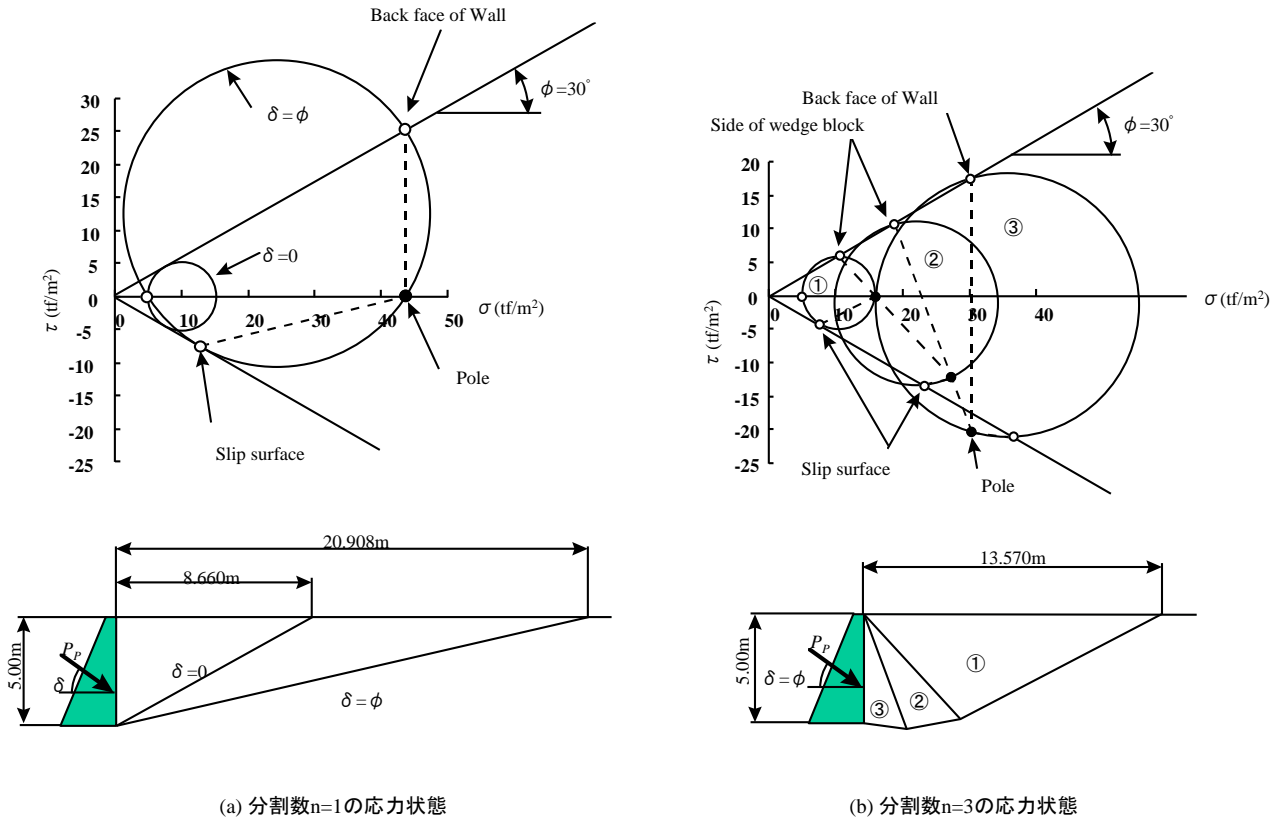


図-5 受働状態におけるブロック内部の応力 ($\phi = \delta = 30^\circ$)

図-5 は本解析法で得られた計算結果のうち、分割数 $n=1$ と $n=3$ について、ブロック内部の応力状態を Mohr 円表示したものである。 $\delta \neq 0$ の場合、Mohr-Coulomb の破壊基準は満たされておらず、解析結果は正解値よりも大きく与えられることが明らかである。その程度は、分割数が少ないほど大きくなるといえる。

5. 結論

すべり面を多角形と見なし、数個の楔状のブロックに分割した上で、各ブロックの極限平衡条件から主働および受働土圧を求めることを試み、Coulomb, Chen, Sokolovski による解との比較検討を行った。その結果以下のことが明らかになった。

- (1) 本解析法で得られる結果は、上界定理によって求められた Chen の解と極めてよく一致する。
- (2) SLM による Sokolovski の解に対しても比較的よい近似が得られる。また、すべり面も Sokolovski の形状に近似したものが得られる。
- (3) ブロック分割数を増加させれば、 $n=10$ 程度である値に収れんする。しかし、得られる受働土圧係数は SLM による Sokolovski の解に比べ 5%程度大きい。
- (4) 本解析法でブロック分割数を増加させても、Mohr-Coulomb の破壊基準を満たすことはできない。
- (5) 本解析の精度をさらに高めようとするれば、SLM のように蜘蛛の巣状のすべり面を描き、それらのすべり面で囲まれるブロックの極限平衡条件を考慮した解析が必要と考えられる。