

# 落石シミュレーション手法の開発

(株)第一コンサルタンツ 右城 猛

## 1. まえがき

落石運動の予測には、既往の実験データに基づいた経験的方法が主として用いられている。しかし最近は、より合理的で正確な落石の危険度予測とその結果に基づく防災対策が求められ、数値シミュレーションの適用が主流になりつつある。

落石の数値シミュレーション(以下、SML)手法は、質点系 SML と非質点系 SML に大別される。質点系 SML とは、落石を質点あるいは球などの剛体と仮定し、古典的力学に基づいて運動方程式を解くものである。解析ソフトには、右城ら<sup>1)-6)</sup>、吉田ら<sup>7)</sup>、古賀ら<sup>8),9)</sup>、梶谷・小村ら<sup>10)</sup>のプログラムがある。海外には、Rockfall(スイス・オーストリア)<sup>11)</sup>、CRSP(コロラド大学)<sup>12)-15)</sup>、RocFall(カナダ)<sup>16),17)</sup>などがある。

非質点系 SML とは、斜面および落石を剛体要素と仮定し、各要素が分離あるいは要素間がバネ、粘性ダンパー、スライダーで結合されたものとして運動方程式を時間差分法で解く方法である。不連続変形解析法 DDA<sup>18)-21)</sup>、個別要素法 DEM<sup>22)-24)</sup>を適用した UDEC<sup>24)</sup>、2D-Block<sup>22)</sup>などのソフトがある。

落石の運動は、岩塊の寸法や形状、斜面の微地形、硬度、植生などの影響を顕著に受け、非常にランダムである。このため、質点系 SML ではいずれのプログラムもモンテカルロ法を取り入れ、落石の運動を確率論的に評価することになっている。これに対して、非質点系 SML は演算処理に多くの時間を要することから、データの乱数処理はされていないが、任意形状の落石や相互に干渉しあう複数の落石の運動を解析できることから、大規模落石の形状効果を考慮した解析や岩盤崩壊解析など質点系 SML で取り扱うことのできない数値 SML に適用している。

筆者はこれまで、落石の運動モードを線運動(滑りおよび転がり)、衝突、跳躍に分類し、モンテカルロ

法を用いた質点系 SML を提案してきた<sup>1)-6)</sup>が、これまでのモデルでは満足できる精度を得ることができなかった。そこで、従来のモデルを改良し、現場落石実験を精度よくシミュレートできる数値 SML プログラム DRSP(Daiichi Consultants Rockfall Simulation Program)を開発したので発表する。

## 2. DRSP の基本的な考え方

斜面は有限個の直線セグメント(セル)の集合、落石は球体と仮定した上で、線運動(転がり、滑り)、衝突、跳躍の運動モードに応じて二次元解析する。

線運動は、地盤へのめり込みや地表面の凹凸、植生等の影響によるエネルギー散逸を考慮する。

衝突には、落石が地盤にめり込むことを考慮した衝撃運動方程式を用いる。

反発係数は、セル毎に地盤の降伏強度、弾性係数、除荷時弾性係数硬化率を与え、エネルギー保存則から算定する。

斜面の凹凸、衝突時の地盤変形による斜面傾斜角の変化等の影響は、正規乱数によって考慮する。

## 3. 解析モデルと基礎式

### 3.1. 斜面のモデル化

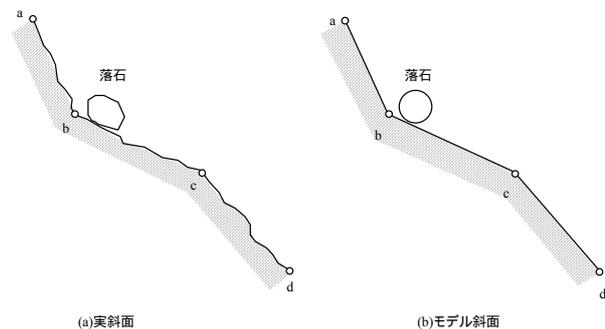


図 1 斜面のモデリング

実際の斜面は細かな凹凸(ラフネス)がたくさん存在するが、これらを見出し、極端な勾配の変化点(a,b,c,d)のみに着目し、図 5.2.1 (b)のように有限個の直線で近似する。また、落石は球体と仮定する。

### 3.2.線運動

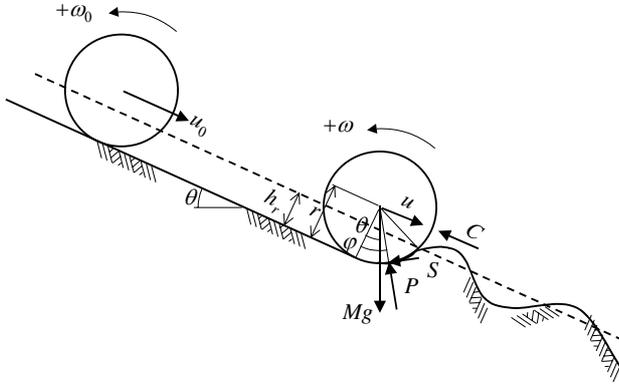


図 2 線運動における記号の説明

#### 1) 運動方程式

ラフネスのある傾斜角 $\theta$ の斜面を落石が、並進速度 $u$ 、角速度 $\omega$ (後方回りを正とする)で線運動しながら落下するときの、運動方程式は式(1)で表される。

$$\left. \begin{aligned} m\dot{u} &= mg \sin \theta - P \sin \varphi - S \cos \varphi - C \\ 0 &= -mg \cos \theta + P \cos \varphi - S \sin \varphi \\ I\dot{\omega} &= -rS \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= \frac{1}{2} \cos^{-1}(1 - R_o) \\ R_o &= \frac{h_r}{r} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここに、 $r$ は落石の半径(m)、 $m$ は落石の質量(t)、 $I$ は落石の慣性モーメント( $\text{tm}^2$ )、 $P$ は支圧面の垂直抗力(kN)、 $S$ は支圧面の摩擦力(kN)、 $C$ は斜面上の植生、立木等による地表面抵抗抗力(kN)、 $h_r$ は有効ラフネス高(m)、 $R_o$ はラフネス係数である。

#### 2) 線速度と角速度

$$\left. \begin{aligned} u &= \dot{u}t + u_0 \\ \omega &= \dot{\omega}t + \omega_0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

#### 3) 運動モードの判定式

落石が斜面を滑らずに転がりながら落下する場合の条件式は式(4)となる。

$$\left\{ \left( K_{r2} + \frac{mr^2}{I} \right) \frac{\cos \theta}{K_{r1} \cos \varphi} + \tan \varphi \right\} \mu \geq 1.0 \quad (4)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} K_{r1} &= \sin \theta - \cos \theta \tan \varphi - \frac{C}{mg} \\ K_{r2} &= \tan \varphi \sin \varphi + \cos \varphi \\ C &= \pi r^2 c_o \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

ここに、 $\mu$ は動摩擦係数である。

#### 4) 線加速度と角加速度

滑らずに転がりながら落下する場合

$$\dot{u} = gK_{r1} \left( 1 - \frac{K_{r2}}{K_{r2} + mr^2/I} \right) \quad (6)$$

$$\dot{\omega} = -\frac{gK_{r1}}{\frac{I}{mr}K_{r2} + r} \quad (7)$$

$R_o=0$  ( $\varphi=0$ ) の場合の並進加速度は式(8)となる。

$$\dot{u} = g \left( \sin \theta - \frac{C}{mg} \right) \frac{mr^2}{I + mr^2} \quad (8)$$

さらに、 $C=0$ であれば式(9)となる。

$$\dot{u} = g \sin \theta \frac{mr^2}{I + mr^2} \quad (9)$$

$R_o=0$ 、 $C=0$ であれば、落石形状が球体、円柱体(円盤)の場合の並進加速度は式(10)となる。

$$\left. \begin{aligned} \text{球体} \quad \dot{u} &= \frac{5}{7} g \sin \theta \\ \text{円柱体} \quad \dot{u} &= \frac{2}{3} g \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

滑りを伴って落下する場合

$$\dot{u} = g \sin \theta - \frac{g \cos \theta}{\cos \varphi - \mu \sin \varphi} (\sin \varphi + \mu \cos \varphi) - \frac{C}{m} \quad (11)$$

$$\dot{\omega} = -\frac{r\mu mg \cos \theta}{I(\cos \varphi - \mu \sin \varphi)} \quad (12)$$

$R_o=0$  ( $\varphi=0$ ) の場合の並進加速度は式(13)となる。

$$\dot{u} = g \left( \sin \theta - \mu \cos \theta - \frac{C}{mg} \right) \quad (13)$$

さらに、 $C=0$ であれば式(14)となる。

$$\dot{u} = g \sin \theta \left( 1 - \frac{\mu}{\tan \theta} \right) \quad (14)$$

### 3.3.跳躍運動

#### 1) 運動方程式

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{x} &= 0 \\ m\ddot{y} &= mg \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

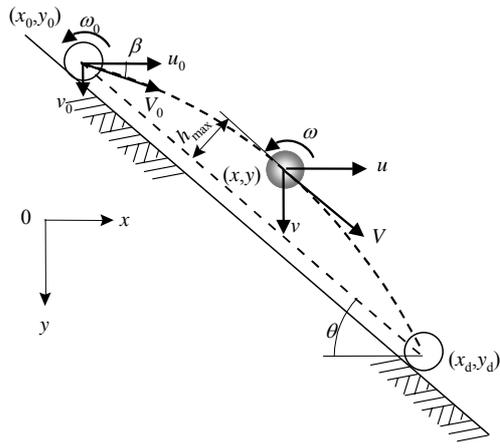


図3 跳躍運動

2) 速度と角速度

落石が初速度 $(u_0, v_0, \omega_0)$ で飛び出すものとすれば、 $t$ 秒後の速度 $(u, v, \omega)$ は式(16)で求められる。

$$\left. \begin{aligned} u &= u_0 \\ v &= gt + v_0 \\ \omega &= \omega_0 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

3) 最大跳躍量

4) 跳躍量

跳躍量が最大となる時刻  $t_h$  は式(17)で、最大跳躍量  $h_{max}$  は式(18)で与えられる。

$$t_h = \frac{u_0 \sin \theta - v_0 \cos \theta}{g \cos \theta} \quad (17)$$

最大跳躍量  $h_{max}$

$$h_{max} = \frac{(u_0 \sin \theta - v_0 \cos \theta)^2}{2g \cos \theta} \quad (18)$$

3.4. 衝突運動

1) 衝撃運動方程式

落石が線速度  $V_1(u_1, v_1)$ , 角速度  $\omega_1$ (反時計回りを正), 入射角  $\alpha_1$  で斜面に衝突したときの運動量の変化と力積の関係は式(19)の方程式で表される。

$$\left. \begin{aligned} m(v_2 - v_1) &= \cos \varphi \int P dt - \sin \varphi \int S dt \\ m(u_2 - u_1) &= -\sin \varphi \int P dt - \cos \varphi \int S dt \\ I(\omega_2 - \omega_1) &= -r \int S dt \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

衝突時のめり込み量を  $\delta$  とすれば、接触面垂直抗力  $P$  が斜面の垂線となす角  $\varphi$  は式(20)で求められる。

$$\varphi = \frac{1}{2} \cos^{-1} \frac{r - \delta}{r} \quad (20)$$

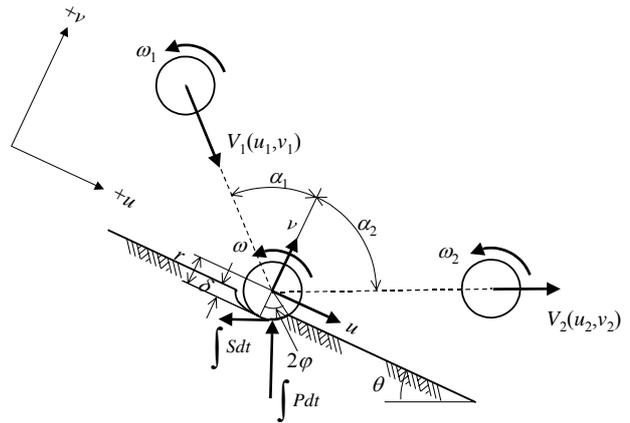


図4 衝突運動

2) 衝突後の速度と角速度

衝突期間中に滑りが停止する場合

$$\left. \begin{aligned} v_2 &= -e v_1 \\ u_2 &= \frac{r^2 m v_1 (1+e) \sin \varphi + r^2 m u_1 \cos \varphi - r I \omega_1}{I + r^2 m \cos \varphi} \\ \omega_2 &= -\frac{u_2}{r} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

衝突期間中に滑りを継続する場合

$$\left. \begin{aligned} v_2 &= -e v_1 \\ u_2 &= \frac{v_1 (1+e) (\sin \varphi + \kappa \mu \cos \varphi)}{\cos \varphi - \kappa \mu \sin \varphi} + u_1 \\ \omega_2 &= \frac{r \kappa \mu m v_1 (1+e)}{I (\cos \varphi - \kappa \mu \sin \varphi)} + \omega_1 \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

ここに、 $\mu$  は動摩擦係数である。 $\kappa$  は摩擦力の作用方向を表す係数である。相対速度が  $u_1 + r\omega_1 > 0$  なら  $\kappa = +1$ ,  $u_1 + r\omega_1 < 0$  なら  $\kappa = -1$  とする。

3) 衝突モードの判別式

衝突期間中に滑りが停止する条件は、式(23)で表される。

$$\left| \frac{mr(v_2 - v_1) - I(\omega_2 - \omega_1) \sin \varphi}{I(\omega_2 - \omega_1) \cos \varphi} \right| \mu \geq 1 \quad (23)$$

4) 衝突時のめり込み量と反発係数

反発係数の概念を図5に示す。落石の運動エネルギー  $E_1$  は、斜面への衝突で地盤の歪みエネルギーに変換される。その後、歪みエネルギーの一部  $E$  は

残留歪みとして地盤に蓄積されるが、残りは解放され運動エネルギー $E_2$ となり、落石は跳ね上がる。

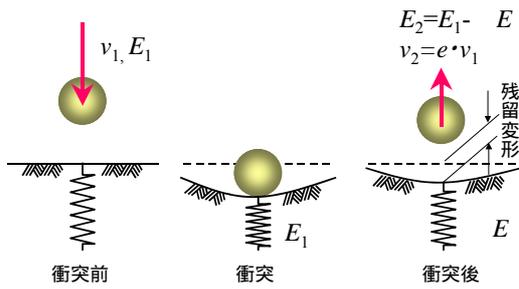
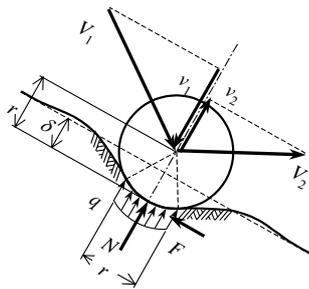
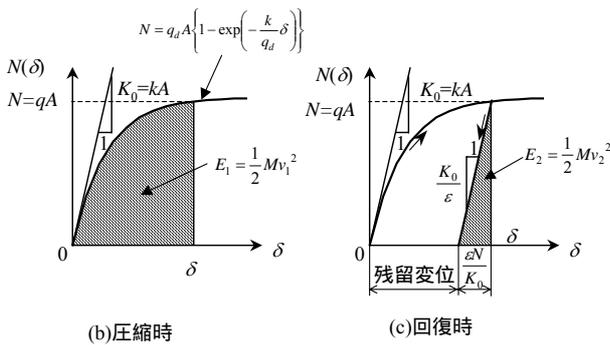


図 5 反発係数の概念図



(a)衝突時の変形と地盤反力



(b)圧縮時

(c)回復時

図 6 衝突時の垂直抗力 変位関係

地盤の荷重 - 変位関係を式(24)の指数関数で表されるものと仮定する。ここに、 $q_d$  は地盤の極限支持力度、 $k$  は地盤反力係数である。

$$N = q_d A \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{k}{q_d} \delta\right) \right\} \quad (24)$$

$$A = \frac{\pi r^2}{4} \quad (25)$$

衝突直前の斜面法線方向速度成分  $v_1$  による運動エネルギーが地盤の歪みエネルギーに等しいとすれば、式(26)が得られる。この方程式を解けば地盤の変位  $\delta$  が決定される。また、求められた  $\delta$  を式(24)に代入すれば、垂直抗力  $N$  が得られる。

$$\delta - \frac{q_d}{k} \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{k}{q_d} \delta\right) \right\} - \frac{Mv_1^2}{2q_d A} = 0 \quad (26)$$

回復時における荷重 - 変位関係を図 6(c)のように仮定すれば、エネルギー保存則より

$$\frac{\varepsilon N^2}{2kA} - mg \cos \theta \delta = \frac{1}{2} m v_2^2$$

したがって、反発係数  $e$  は式(27)で求められる。ただし、 $\varepsilon$  は除荷時の剛性硬化率、 $\theta$  は斜面傾斜角である。

$$e = \frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{v_1} \sqrt{\frac{\varepsilon \cdot N^2}{m \cdot k \cdot A} - 2g \cos \theta \cdot \delta} \quad (27)$$

ただし、式(28)の条件を満たす場合には、落石は斜面にめり込んだままの状態になる。

$$\frac{\varepsilon \cdot N^2}{m \cdot k \cdot A} \leq 2g \cos \theta \cdot \delta \quad (28)$$

#### 5) 反発係数のパラメータと感度

式(27)のように定式化すれば、反発係数を決定するパラメータは、入射速度の斜面法線方向成分  $v_1$ 、動的地盤反力係数  $k$ 、落石質量  $m$ 、斜面傾斜角  $\theta$  となる。これらのパラメータによる反発係数の感度分析結果を図 7 に示す。感度分析の結果より、以下のことがわかる。

反発係数は、 $v_1$  の増加に伴い急速に減衰する。

$q_d$  が小さいほど反発係数の減衰が大きくなる。

$k/q_d$  が大きいほど反発係数の減衰が大きくなる。

$\varepsilon$  は  $v_1 \approx 0$  のときの反発係数とほぼ等しい。

落石半径つまり質量が大きいほど反発係数の減衰が大きくなる。

図 7 には示していないが、斜面傾斜角  $\theta$  が反発係数に及ぼす影響はほとんどない。

以上のことは、既往の落石実験からも明らかになっており、式(27)を用いれば反発係数を合理的に評価できるといえる。

### 4. 運動形態の変化

#### 4.1 線運動から跳躍運動への移行

線運動から跳躍へ移行するケースは、線速度が限界速度を超える場合と、図 8 のように斜面勾配が変化している場合である。飛び出しの方向  $\rho$  は、線速度  $V$  が限界速度  $V_{lim}$  を超えた場合には式(29)による。勾配が変化する場合の飛び出しの方向は、上部斜面に平行とする。

$$\left. \begin{aligned} \rho &= \tan^{-1} R_o \\ R_o &= \frac{h_r}{r} \end{aligned} \right\}$$

(29)

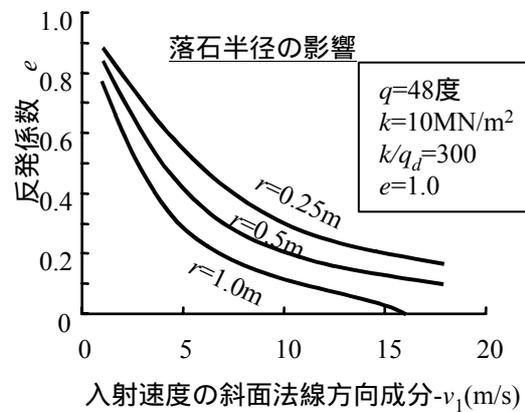
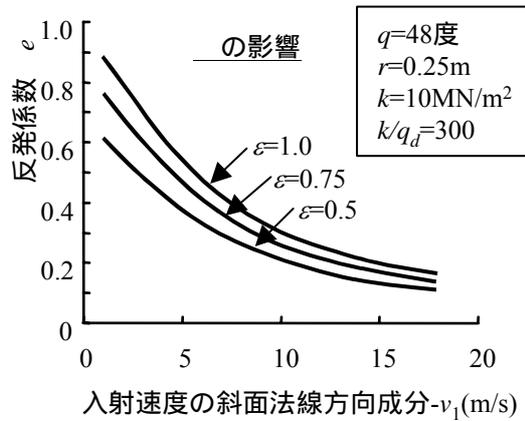
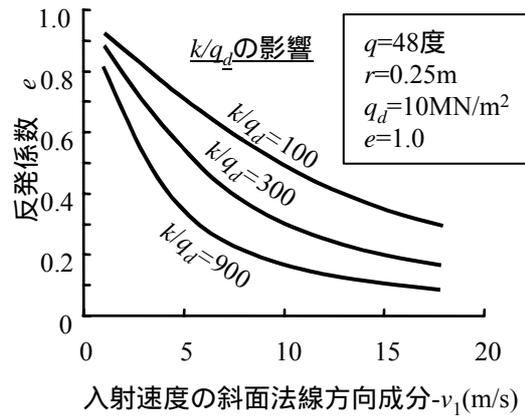
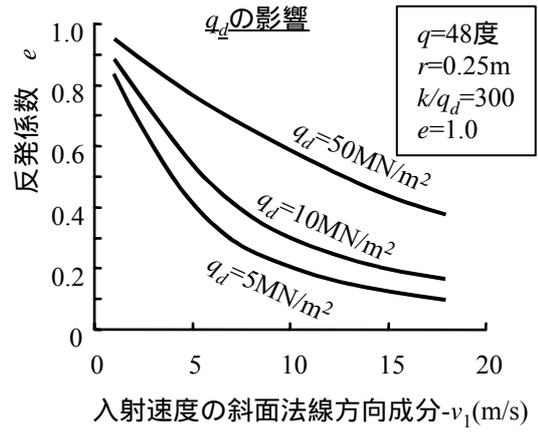
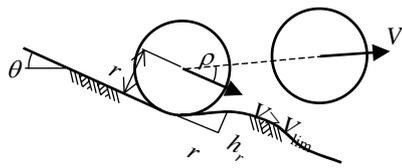
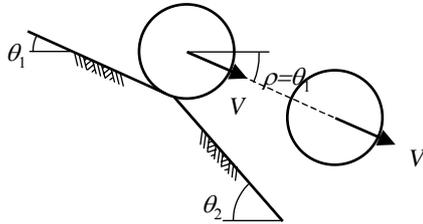


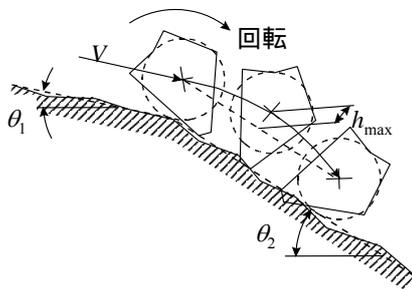
図 7 反発係数の感度分析



(a) ラフネスによる飛び出し



(b) 勾配変化( $\theta_1 < \theta_2$ )による飛び出し



(c) 跳躍量が小さい場合

図 8 線運動から跳躍運動への移行

ここに  $R_o$  はラフネス係数  $h_r$  は有効ラフネス高,  $r$  は落石の半径である.

落石を球体と考えると, 斜面にわずかでも勾配差があれば理論上跳躍へ移行することになる. しかし, 勾配差 ( $\theta_2 - \theta_1$ ) が微小であったり落石の速度が遅くて理論上の跳躍量が小さい場合には, 実際の落石あるいは斜面の表面は不規則な形状をしているため, 回転運動によって落石の表面の一部が斜面に接し, 跳躍へ移行することなく線運動を継続する.

落石が線運動から跳躍へ移行する条件は式(30)で与えられる.

$$\frac{V^2 \sin^2(\theta_2 - \theta_1)}{2g \cos \theta_2} \geq R_o r \quad (30)$$

ただし,  $V$  跳躍運動時の線速度,  $r$  は落石の半径,  $R_o$  は落石の形状や斜面の凹凸の影響を考慮したラフネス係数である.

#### 4.2. 線運動からの衝突

下部斜面の勾配が上部斜面より緩い場合( $\theta_1 > \theta_2$ )は, 落石が下部斜面へ衝突するものと見なす.

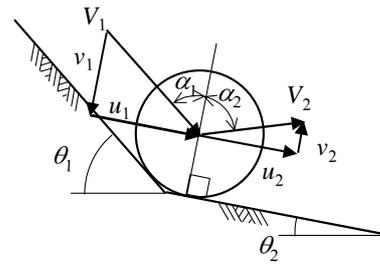


図 9 線運動からの衝突

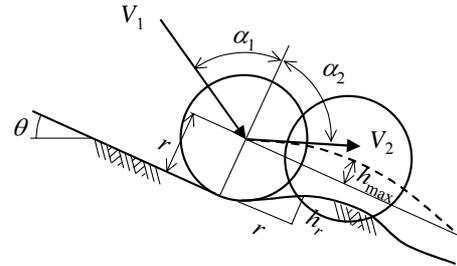


図 10 衝突から線運動への移行

#### 4.3. 衝突から線運動への移行

落石が斜面へ衝突し, 線速度  $V_2$ , 反射角  $\alpha_2$  で飛び出した場合, 最大跳躍量  $h_{max}$  が有効ラフネス高  $h_r$  より小さい場合, すなわち, 式(31)の条件を満たす場合には, 以後の運動を線運動と見なす.

$$h_{max} = \frac{(V_2 \cos \alpha_2)^2}{2g \cos \theta} \leq R_o r \quad (31)$$

#### 4.4. 乱数による処理

線速度から跳躍運動へ移行する限界線速度  $V_{lim}$ , ラフネス係数  $R_o$ , 衝突点の斜面補正係数  $K_s = \Delta\theta/\theta$  は正規乱数を用いて決定する.

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2\right\} \quad (32)$$

乱数の発生範囲

$$(m - k\sigma) \leq x \leq (m + k\sigma) \quad (33)$$

ここに,  $m$  は平均値,  $\sigma$  は標準偏差,  $k$  は信頼度によって決まる係数で, 一般には信頼度 95% (危険率 5%) とし  $k=1.96$  とする.

#### 5. 入力データとアルゴリズム

DRSP で数値 SML を実行するためには, 表 1 のデータを入力する必要がある.

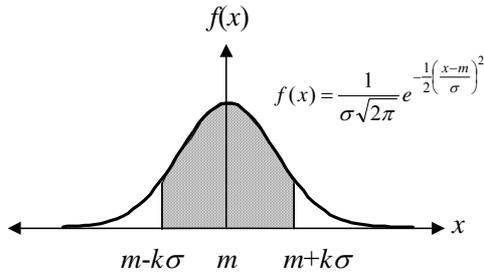


図 11 正規分布確率密度関数

表 1 入力データの説明

入力データの種類		記号	単位	データ種類
斜面形状	地形変化点座標	$x, y$	m	固定値
	衝突点の地盤の極限支持力度	$q_d$	kN/m <sup>2</sup>	固定値
斜面特性	衝突点の地盤反力係数	$k$	kN/m <sup>3</sup>	固定値
	除荷時の地盤剛性硬化率	$\varepsilon$	-	固定値
	動的摩擦係数	$\mu$	-	固定値
	斜面補正係数	$K_s(m, \sigma)$	-	正規分布
	斜面抵抗力	$C_o$	kN/m <sup>2</sup>	固定値
	ラフネス係数	$R_o(m, \sigma)$	-	正規分布
落石条件	球の半径	$r$	m	固定値
	密度	$\rho$	t/m <sup>3</sup>	固定値
初期条件	落石発生位置の座標	$x_0, y_0$	m	固定値
	初期線速度	$u_0, v_0$	m/s	固定値
	初期角速度	$\omega_0$	rad/s	固定値
解析条件	限界線速度	$V_{lim}(m, \sigma)$	m/s	正規分布
	計算時間刻み幅	$\Delta t$	s	固定値
	解析終了位置	$x_{end}$	m	固定値
	試行回数	$N$	回	固定値

注1) 斜面特性データは、斜面のセル毎に設定可能

注2) データの種類が正規分布であるものは、平均値  $m$  と標準偏差  $\sigma$  を入力する。

計算のフローを図 12 に、任意時刻  $t$  から  $\Delta t$  秒後の運動モードの変化を図 13 に示す。

1 個の落石に対して  $N = 10/\alpha$  回の試行計算を実行する。危険率  $\alpha=0.05$  とすれば 200 回の試行計算を行う。

計算終了後に、解析対象区間に任意に検索ライン(2 点の座標指定)を設ければ、その位置で落石速度、角速度、落石通過位置に関する解析データがヒストグラム、正規分布曲線として表示され、全ての試行回数に対する平均値と標準偏差が求められる。

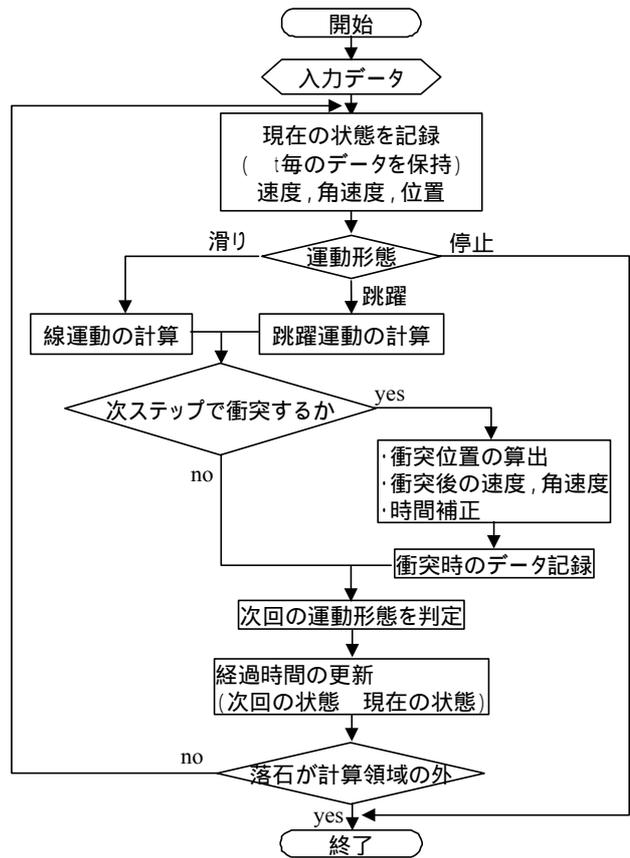


図 12 計算のフロー

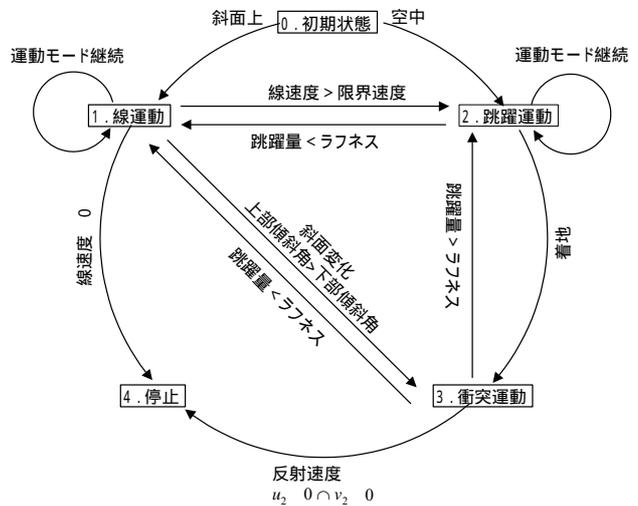


図 13  $t$  後の運動モードの変化

## 6. あとがき

平成 11 年度に「落石シミュレーション手法検討 W.G.」(座長：松尾修建設省土木研究所動土質研究室長) が社団法人日本道路協会によって立ち上げられた産官学からなる 18 名のメンバーが毎月 1 回霞ヶ関の日本道路協会会議室に集まり、既往の落石 SML

プログラムの検討と改善 ,SML に用いるパラメータの検討を行っている .

DRSP の改善にあたっては ,松尾座長をはじめ ,メンバーの方々から貴重な意見をいただいた .また ,社団法人四国建設弘済会からは「平成 10 年度建設事業の技術開発支援制度」による助成を受けた .関係各位に衷心より感謝を申し上げます .

[ 参考文献 ]

- 1) 右城猛・吉崎和人・坂東優 : シミュレーションによる落石運動軌跡の予測 , 第 37 回土木学会中四国支部研究発表会講演概要集 , 1985 年 5 月 .
- 2) 右城猛 , 大原健史 , 明坂宣行 , 吉崎和人 : 実験データを用いた落石の運動軌跡のシミュレーション , 第 2 回落石の衝撃力およびロックシェッドの設計に関するシンポジウム論文集 , 1986 .
- 3) 右城猛・明坂宣行・吉田博 : 落石の運動予測法に関する研究 , 地すべりの地盤工学的諸問題に関するシンポジウム論文集 , 地盤工学会四国支部 , pp105 ~ 112 , 1996 .
- 4) 右城猛 : 2 3 の落石斜面でのシミュレーション解析の検証 , 道路の景観および道路防護工の設計に関するシンポジウム論文集 , 北陸道路研究会 , pp47 ~ 53 , 1988 .
- 5) 右城猛 : 剛性擁壁の合理的な土圧評価法と落石の運動に関する研究 , 愛媛大学学位請求論文 , 1997 .
- 6) 右城猛 , 篠原昌二 , 谷田幸治 , 八木則男 : 落石の斜面衝突運動に関する研究 , 第 5 回構造物の衝撃問題に関するシンポジウム講演論文集 , 土木学会構造工学委員会 , 2000 .
- 7) 吉田博・右城猛・榎谷浩・藤井智弘 : 斜面性状を考慮した落石覆工の衝撃荷重の評価 , 構造工学論文集 , Vol.37A , 1991 .
- 8) 鷺田修三・古賀泰之・伊藤良弘 : 落石運動の予測手法について , 第 24 回土質工学研究発表会 , 1989 .
- 9) 古賀泰之・伊藤良弘・鷺田修三・森下義 : 落石の運動軌跡の予測法に関する検討 , 土木技術資料 , Vol.31 , No.8 , 1989 .
- 10) 小村辰彦 , 村西隆之 , 西澤謙二 , 榎谷浩 : 落石シミュレーション解析のパラメータ設定と実斜面の凹凸の評価 , 第 5 回構造物の衝撃問題に関するシンポジウム講演論文集 , 土木学会 , 2000 .
- 11) R.MSpang&Th.Sonser : Optimized Rockfall Protection by"ROCKFALL", 8<sup>th</sup> ISRM, pp.1233-1242. 1997 .
- 12) Timothy J.Pfeiffer : Computer Simulation of Rocfalls, Bulletin of the Association of Engineering Geologists, 1989
- 13) Robert K. Barret : Rockfall Modeling and Attenuate Testing, Colorado State Dept. of Highways ,Denver,1989
- 14) Timothy J. Pfeiffer : Computer Aided Rockfall Hazard Analysis, 6<sup>th</sup> International LAEG Congress. 1990
- 15) Timothy J. Pfeiffer : Colorado Rockfall Simulation Program Version 3.0a User's Manual,1995
- 16) Rocscience Inc. : RocFall User's Guide.1998
- 17) D.S.Warren : ROCKFALL : A Tool for Probabilistic Analysis Design of Remedial Measures and Prediction of Rocfalls ,A thesis Submitted in Conformity with the Requirements for the Degree of Master of Applied Science, Graduate Department of Civil Engineering, University of Toronto, 1998 .
- 18) Gen-hua Shi : Discontinuous Deformation Analysis-A New Numerical Model for the Static's and Dynamics of Block System, Ph D Dissertation, Department of Civil Engineering, University of California, 1989 .
- 19) Gen-hua Shi : Forward and backward discontinuous deformation analysis of rock block systems Proceedings of the international Symposium on Rock Joints,1990 .
- 20) 佐々木猛 , 大西有三 , 古中龍之進 : 不連続変形法(DDA)とその岩盤工学への適用に関する研究 , 土木学会論文集 , No.493/ -27, pp11-20,1994 .
- 21) Yuzo Ohnishi, Kaoru Yamamukai and Guangqi Chen : Application of DDA in rock fall analysis, Proceeding of the 2<sup>nd</sup> North America Rock Mechanics Symposium ,pp2031-2037,1996 .
- 22) ソフトブレーン(株) : 2D-Block for Windows , 操作説明書 , 1998 .
- 23) Ting,J.M. etall : Discrete numerical model for soil mechanics, Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, Vol.115,No.3, 1989 .
- 24) ITASCA Consulting Group, INC. UDEC Version 3.0 Vol.11 Appendices .