# 落石の落下速度と跳躍量に関する一考察

(㈱第一コンサルタンツ 国際会員 右城 猛

## 1. まえがき

質点系モデルを用いた落石シミュレーションでは,落石 を一般に球と仮定している.球の運動形態は,斜面が一様 勾配である場合,転がりか滑りを伴った転がりのいずれか になる.このため,角速度が大きくなると跳躍へ移行する 現象を説明することができない.

そこで、六面体の落石が滑ることなく回転しながら落下 する場合について、落下速度、跳躍運動へ移行する速度、 最大跳躍量について検討したので発表する.

## 2. 落下速度



図 1 六面体が回転しながら落下する場合

短辺長 2a, 長辺長 2b の六面体をした落石が n 回転した ときの並進速度 V は式(1),角速度は式(2)で求められる.ま た,角速度と並進速度の関係は式(3)で与えられる

$$V = \frac{4n(a+b)}{t} (1) \qquad \omega = \frac{2n\pi}{t} (2) \qquad \frac{\omega}{V} = \frac{\pi}{2(a+b)} (3)$$

並進速度 Vo,角速度 ao の初速度を持つ落石が回転しな がら H だけ落下したとすれば、力学的エネルギー保存則 より式(4)が得られる.なお、回転によって斜面に衝突し た際に、地盤の塑性変形などによってエネルギーが散逸 されることを考慮しエネルギー散逸率 oを導入する.

$$\frac{1}{2}M(V^2 - V_0^2) + \frac{1}{2}I(\omega^2 - \omega_0^2) = (1 - \varphi)MgH \quad \dots \dots (4)$$

$$\Box \Box I_{G}$$
,  $I = I_{G} + M \cdot r_{G}^{2} = \frac{4}{3}M(a^{2} + b^{2})$ 

式(3)と式(4)より並進速度と角速度は式(5)となる.ただし, K=a/bとしている.

$$V = \sqrt{2gH \frac{3(1-\varphi)(K+1)^2}{(K+1)^2 + \pi^2(K^2+1)} + V_0^2}$$
  

$$\omega = \sqrt{\frac{2gH(1-\varphi)}{\frac{4b(K+1)}{\pi^2} + \frac{4b^2(K^2+1)}{3}} + \omega_0^2}$$
(5)

式(5)は、式(6)のようにも表される.

$$V = \frac{3g(1-\varphi)(K+1)^2}{(K+1)^2 + \pi^2(K^2+1)} \sin \theta \cdot t + V_0$$
  
$$\omega = \frac{g(1-\varphi)}{\frac{4b(K+1)}{\pi^2} + \frac{4b^2(K^2+1)}{3}} \sin \theta \cdot t + \omega_0$$
 (6)

時刻 t 後の斜面方向の落下距離 x は,式(6)を t で積分して式(7)のように求められる.

$$x = \frac{1.5g(1-\varphi)(K+1)^2}{(K+1)^2 + \pi^2(K^2+1)} \sin \theta \cdot t^2 + V_0 \cdot t \quad \dots \dots \quad (7)$$

*V₀*=0 の場合,式(5)は速度残存係数*α*<sub>V</sub>を用いて式(8)のように表される.

$$V = \alpha_V \sqrt{2gH}$$
  

$$\alpha_V = (K+1) \sqrt{\frac{3(1-\varphi)}{(K+1)^2 + \pi^2 (K^2 + 1)}}$$
(8)

エネルギー散逸率φ=0 として,各種形状の落石の速度 残存係数を算定すると表1となる.六面体の場合,短辺 と長辺の比が小さいほど速度残存係数は大きくなり,正 六面体が最大となる.また,正六面体の速度残存係数は 球体の73%である.

表 1 落石の形状と速度残存係数の関係	
---------------------	--

落石の形状	速度残存係数av
質点の自由落下運動	1.000
六面体 a/b=1.0	0.615
$(\alpha_{E}=1.0)$ a/b=2.0	0.595
<i>a/b</i> =3.0	0.572
球 体	0.845
円 柱	0.816

3. 跳躍運動に移行する速度と飛び出し角

落石が転がりながら落下すれば式(9)の遠心力 R が発生

A Consideration on Velocity and Jumping Height of A Falling Rock Takeshi Ushiro (Daiichi Consultants Co.,Ltd.) 地盤工学会四国支部第8回技術·研究発表会1999年9月 する. これが斜面抗力 N を越えると跳躍運動へ移行する.

このため、角速度のが式(10)の条件を満たすと跳躍運動へ 移行する.

a

落石のある角を中心に回転するとき、運動エネルギーが 最も大きいのは斜面と落石が接触した状態から回転を開 始する瞬間である.したがって、跳躍に移行するのもある 角を中心に回転を開始するときであるので落石が飛び出 すのは、水平から*B-0*の角度の方向である.

落石が飛び出す速度 V は式(11)となる.



#### 図 2 跳躍運動への移行

### 4. 跳躍量

最大跳躍量 h<sub>1</sub>は,飛び出し開始時の速度の斜面垂直方向 成分  $v_0=V_0\sin\beta$ と斜面傾斜角 $\theta$ だけによって決定され,式 (12)で求められる. ただし, 落石は質点と見なす.

跳躍を開始した落石が斜面へ衝突し、その後も跳躍運動 を繰り返す場合, n 番目の最大跳躍量 h<sub>n</sub>は式(13)となる. ここに, eは反発係数である.

$$h_n = \frac{(e^{n-1}v_0)^2}{2g\cos\theta}$$
 .....(13)

e<1.0 であるので、衝突を繰り返す毎に図 3 のように跳 躍量は減少する.しかし、実際の斜面では、斜面傾斜角θ





#### 図 4 斜面傾斜角が変化した斜面での跳躍量

の変化や凹凸の存在で衝突後の飛び出し角が変化する. こ のため、跳躍量は図4のようになり、跳躍を繰り返す毎に 減少することにはならない.

ところで、跳躍量の定義は明確にされていない、過去の 落石実験では、図4の斜面②のような場合、h2を跳躍量と してデータ整理を行っているケースが多い. h'は斜面の形 状によって異なる見掛けの跳躍量である.跳躍を開始した 斜面に対する h2を跳躍量と定義すべきと思われる.

### 5. あとがき

斜面③

本論文では、落石を六面体あるいは質点、斜面を直線あ るいは折れ線に仮定した上で落下速度と跳躍量について 考察した. 実際の落石や斜面は形状が複雑な上, 地質や植 生の影響も受ける. このため、単純な運動方程式で落石の 挙動を予測することはできない. しかしながら、斜面や落 石形状などの解析パラメータを確率密度関数とみなしモ ンテカルロ法を適用することで, 斜面や落石のラフネスを 解析に取り込むことは可能と思われる.

今後は、理想化された落石、斜面での模型実験や実斜面 での現場実験データと理論解析の対比を行い、運動方程式 の改良や解析パラメータの決定法について研究する必要 がある.